

## Analisis Model *Predator – Prey* Tanaman Lada, Hama Penggerek Batang, dan Penghisap Buah

M. Diwa Sandika Aditama, Dear Michiko Mutiara Noor, Nela Rizka\*

Program Studi Matematika, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera, Lampung, 35365, Indonesia

\*Corresponding author e-mail: [nela.rizka@ma.itera.ac.id](mailto:nela.rizka@ma.itera.ac.id)

### Article Info

Received March 2024

Accepted April 2024

Published April 2024

### Keyword:

Stability of model

Pepper

Stem borer

Fruit-sucking

Predator-prey

### Abstract

Pepper (*Piper nigrum* L.) is one of the oldest and most popular spices in the world and one of the important plantation crops in Indonesia, especially in Lampung Province. In cultivating pepper plants, many farmers are faced with the problem of pest attacks so that the productivity of pepper plants decreases due to pest attacks. Pests that attack pepper plants in Lampung Province include stem borers and fruit suckers. This research was conducted to look at the predator-prey mathematical model between pepper plants and stem borer and fruit sucking pests and to see the effect of pesticide control on this phenomenon. Modeling was carried out using the Holling II function. The results of numerical simulations on the predator-prey model without control show that the model will be stable in conditions where there is a population of pepper plants, while the populations of stem borers and fruit suckers experience extinction. However, if the parameter values  $\gamma > 0.001045$  and  $\delta > 0.008032$ , then the model will not be stable under these conditions. Furthermore, the simulation shows that the use of pesticide control can accelerate the reduction in pest growth.

## 1. Pendahuluan

Indonesia merupakan salah satu negara penghasil dan pengekspor lada hitam maupun putih yang utama. Lada memiliki peran yang sangat penting dalam perekonomian nasional, yaitu sebagai bahan baku industri, sumber devisa, sumber mata pencaharian petani, penyedia lapangan kerja, dan bahan konsumsi. Pada tahun 2002, lada menempati urutan keempat sebagai sumber devisa setelah kelapa sawit, karet dan kopi. Peran lada di Indonesia sebagai sumber devisa negara pada tahun 2000 menjadikannya pengekspor lada terbesar di dunia dengan total ekspor mencapai 63.938 ton, melampaui ekspor negara-negara seperti Vietnam, India, Brazil dan Malaysia [1].

Provinsi Lampung merupakan daerah penghasil lada terbesar kedua setelah Provinsi Bangka Belitung. Hal ini dapat dilihat berdasarkan data produksi lada menurut provinsi di Indonesia pada tahun 2021. Provinsi Bangka Belitung menempati posisi pertama, diikuti oleh Provinsi Lampung yang menempati posisi kedua, dan Provinsi

Sulawesi Selatan yang menempati posisi ketiga dengan jumlah produksi lada masing-masing sebesar 34.433 ton, 14.698 ton, dan 6.987 ton. Hal ini menandakan bahwa komoditas lada merupakan salah satu rempah – rempah yang menjadi andalan Provinsi Lampung. Lada hitam Lampung memperoleh sertifikat indikasi geografis pada tahun 2016. Sertifikat ini merupakan legalitas merek Lada Hitam Lampung sebagai milik Masyarakat Lampung dan memiliki cita rasa serta aroma yang berbeda dari daerah lain.

Produksi lada di Provinsi Lampung dalam tiga tahun terakhir mengalami penurunan. Hal ini dapat dilihat berdasarkan data Kementerian Pertanian Republik Indonesia pada tahun 2019, 2020, dan 2021 yang memproduksi lada sebanyak 14.730 ton, 14.718 ton, dan 14.698 ton. Hal ini disebabkan oleh penyakit dan hama tanaman lada seperti busuk pangkal batang, penyakit kuning, hama penggerek batang, penghisap buah, dan rayap. Berdasarkan uraian tersebut, maka pada penelitian ini akan memodelkan model *predator-prey* antara tanaman lada dengan hama penggerek batang dan

penghisap buah serta dengan penambahan kontrol pestisida.

Beberapa penelitian sebelumnya telah mengkaji aspek dinamis dari infestasi hama dan korelasinya dengan jumlah tanaman. Distribusi hama ditemukan proporsional dengan jumlah tanaman, dan luas lahan budidaya menunjukkan hubungan linear dengan jumlah tanaman, suatu fenomena yang dianalisis melalui pendekatan regresi linear [2] atau analisis korelasi [3]. Pendekatan lain untuk memodelkan hama melibatkan perlakuan serangan hama sebagai data deret waktu, memungkinkan prediksi melalui teknik *machine learning* [4], model ARIMA [5], atau model stokastik [6]. Namun, model-model tersebut kurang dapat menampilkan dinamika yang sebenarnya karena hanya bergantung pada data yang tersedia. Untuk mengatasi keterbatasan ini, pendekatan model kompartemen dianggap perlu untuk menilai dinamika hama pada tanaman lada. Pendekatan ini telah digunakan oleh [7] untuk mempelajari dinamika dengue dan oleh [8] untuk memodelkan rantai makanan di lahan tanaman jagung. Studi-studi ini memberikan wawasan berharga dalam memahami dinamika kompleks interaksi antara hama dan tanaman, memberikan dasar untuk penelitian lebih lanjut dalam mengoptimalkan strategi pengendalian hama.

## 2. Metode Penelitian

Penelitian ini berupa analisis kualitatif yang terdiri dari beberapa tahapan sebagai berikut: (1) penentuan asumsi model. Asumsi diperlukan sebagai batasan sejauh mana model akan dibuat; (2) penentuan parameter dan variabel. Tahapan ini dilakukan untuk menentukan parameter dan variabel apa saja yang sesuai dengan model; (3) pembentukan model merupakan langkah penyajian hubungan antara *predator* dan *prey* ke dalam model matematika yang berbentuk sistem persamaan diferensial; (4) penentuan titik ekuilibrium; (5) analisis perilaku model. Tahap ini terlebih dahulu diawali dengan linierisasi sistem di sekitar titik ekuilibrium. Kemudian dilakukan analisis terhadap bagian riil nilai eigen dari persamaan karakteristik untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium tersebut, dilakukan; (6) simulasi model menggunakan *software* Matlab; dan (7) penarikan kesimpulan.

### 2.1. Model Pertumbuhan Logistik

Model pertumbuhan logistik digunakan untuk mengukur pertumbuhan populasi. Dimana terdapat daya dukung lingkungan yang dapat mendukung populasi tersebut agar dapat tumbuh dan berkembang. Dengan kata lain,

daya dukung lingkungan merupakan kemampuan lingkungan dalam mendukung kehidupan semua makhluk hidup yang ada di dalamnya secara berkelanjutan. Berikut merupakan model pertumbuhan logistik.

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N \left(1 - \frac{N}{L}\right) \quad (1)$$

Keterangan:

$N$  : Populasi *prey*.

$\alpha$  : Tingkat pertumbuhan intrinsik.

$L$  : Daya dukung lingkungan.

### 2.2. Fungsi Respon

Holling (1953) menyampaikan fungsi respon yang kemudian diketahui dengan istilah Fungsi Respon Holling yang merupakan tingkat predasi (daya makan) *predator* kepada jumlah *prey*. Fungsi respon berhubungan erat dengan peningkatan populasi *predator* atau pengurangan populasi *prey* ketika saling berinteraksi. Dalam ekologi, fungsi respon Holling didefinisikan sebagai jumlah makanan yang dimakan oleh *predator* sebagai fungsi kepadatan makanan [9].

#### 1. Fungsi Respon Holling I

Pada fungsi respon Holling I populasi *predator* meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah populasi *prey*. Jumlah *predator* akan konstan ketika berhenti memangsa. Fungsi respon Holling tipe I akan terjadi karena predator memiliki karakteristik pasif atau lebih suka menunggu mangsanya seperti laba-laba. Adapun tingkat pertumbuhan *prey* pada fungsi Holling tipe I sebagai berikut.

$$h_1(x) = \alpha x, \quad \alpha > 0 \quad (2)$$

Keterangan:

$h_1$  : Fungsi respon Holling I.

$x$  : Populasi *prey*.

$\alpha$  : Laju pemangsaan *prey* oleh *predator*.

#### 2. Fungsi Respon Holling II

Fungsi respon Holling II dikenal juga dengan fungsi respon Monod atau fungsi respon Michaelis-Marten. Pada fungsi ini diasumsikan laju pemangsaan *prey* meningkat secara bersamaan dengan jumlah populasi *prey*, tetapi akan memenuhi level tertentu. *Predator* membutuhkan waktu untuk menangkap dan mencerna *prey*. Fungsi ini terjadi pada *predator* yang berkarakteristik aktif dalam mencari *prey*, seperti serigala. Fungsi respon Holling II dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$h_2(x) = \frac{\alpha x}{1+\beta x} \quad \alpha, \beta > 0 \quad (3)$$

Keterangan:

$h_2$  : Fungsi respon Holling II.

$x$  : Populasi *prey*.

$\alpha$  : Laju pemangsaan *prey* oleh *predator*.

$\beta$  : Kecepatan penanganan *prey* oleh *predator*.

### 3. Fungsi Respon Holling III

Pada fungsi respon Holling III diasumsikan adanya penurunan tingkat pemangsaan pada saat kepadatan *prey* rendah. Laju pemangsaan *prey* meningkat bersamaan dengan jumlah populasi *prey*, tetapi akan berhenti pada saat level tertentu. Fungsi ini terjadi pada *predator* yang aktif dan cenderung mencari *prey* lain ketika populasi *prey* yang dimakan mulai berkurang.

$$h_3(x) = \frac{\alpha x^2}{1+\beta x^2} \quad \alpha, \beta > 0 \quad (4)$$

Keterangan:

$h_3$  : Fungsi respon Holling III.

$x$  : Populasi *prey*.

$\alpha$  : Laju pemangsaan *prey* oleh *predator*.

$\beta$  : Kecepatan penanganan *prey* oleh *predator*.

### 2.3. Titik Keseimbangan

Diberikan sistem persamaan diferensial nonlinier sebagai berikut.

$$\dot{x} = f(x) \quad (5)$$

Titik ekuilibrium atau titik keseimbangan merupakan titik yang memenuhi  $\dot{x} = f(x) = 0$ . Jika solusi dimulai dari titik ini, maka akan tetap pada titik itu selamanya [10]. Selanjutnya akan diberikan teorema kestabilan untuk memudahkan dalam menganalisis kestabilan model di sekitar titik ekuilibrium dengan melihat nilai eigen. Misal,  $J(f(x))$  adalah Matriks Jacobian dari suatu sistem non linier, maka kriteria kestabilan pada titik ekuilibrium dapat ditentukan dengan nilai eigen yang disajikan pada teorema berikut.

#### Teorema 2.2

Jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian  $J(f(\bar{x}))$  mempunyai bagian real negatif, maka titik ekuilibrium  $\bar{x}$  dari sistem  $\dot{x} = f(x)$  stabil asimtotik.

#### Teorema 2.3

Jika terdapat nilai eigen dari matriks Jacobian  $J(f(\bar{x}))$  mempunyai bagian real positif, maka titik ekuilibrium  $\bar{x}$  dari sistem  $\dot{x} = f(x)$  tidak stabil.

### 3. Hasil dan Diskusi

Kelompok individu pada model *predator-prey* antara lada, hama penggerek batang, dan penghisap buah dibagi menjadi tiga kelompok yaitu populasi lada ( $L$ ), penggerek batang ( $P$ ), dan penghisap buah ( $R$ ). Asumsi – asumsi yang digunakan pada model ini adalah sebagai berikut.

- Model *predator-prey* yang dikaji terdiri dari dua *predator* dan satu *prey*, yaitu tanaman lada sebagai *prey* dan hama penggerek batang serta penghisap buah sebagai *predator*.
- Populasi *predator* dan *prey* tidak melakukan migrasi.
- Populasi *prey* tumbuh mengikuti model logistik dengan laju pertumbuhan intrinsik dimisalkan  $r$  dan daya dukung lingkungan adalah  $K$ .
- Interaksi antara *predator* dan *prey* membuat populasi *predator* meningkat dan menurunnya populasi *prey* dengan mengikuti model respon Holling II.
- Adanya kematian alami atas populasi *predator*.
- Tidak ada penyakit antara *predator* dan *prey*. Serta tidak ada kompetisi antar *predator*.
- Penggerek batang dan penghisap buah hanya dapat bertambah ketika menyerang tanaman lada.
- Penggunaan diberikan kontrol pestisida yang dapat mempengaruhi kematian pada hama penggerek batang dan penghisap buah.

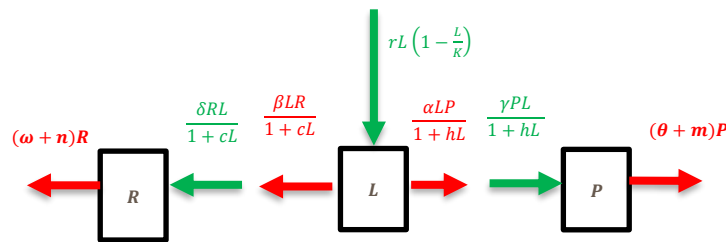
Dalam penelitian ini akan digunakan beberapa variabel dan parameter. Penjelasan pada setiap variabel dan parameter yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 1.

Berdasarkan asumsi yang digunakan dan penjelasan fenomena secara biologi diatas, maka akan diperoleh diagram model pada Gambar 1. Maka diperoleh model *predator-prey* antara tanaman lada dengan penggerek batang dan penghisap buah dengan kontrol pestisida pada persamaan (6).

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= rL \left(1 - \frac{L}{K}\right) - \frac{\alpha LP}{1+hL} - \frac{\beta LR}{1+cL} \\ \frac{dP}{dt} &= -(\theta + m)P + \frac{\gamma LP}{1+hL} \\ \frac{dR}{dt} &= -(\omega + n)R + \frac{\delta LR}{1+cL} \end{aligned} \quad (6)$$

Tabel 1. Daftar variabel dan parameter model predator-prey tanpa kontrol

| Simbol   | Definisi   | Satuan              |
|----------|--|---------------------|
| $L$      | Jumlah populasi lada ( <i>prey</i> )                 | Pohon               |
| $P$      | Jumlah populasi penggerek batang ( <i>predator</i> ) | Ekor                |
| $R$      | Jumlah populasi penghisap buah ( <i>predator</i> )   | Ekor                |
| $K$      | Daya dukung lingkungan terhadap lada                 | Pohon               |
| $r$      | Tingkat pertumbuhan intrinsik lada                   | Per tahun           |
| $\alpha$ | Tingkat interaksi penggerek batang terhadap lada     | Per ekor per tahun  |
| $\beta$  | Tingkat interaksi penghisap buah terhadap lada       | Per ekor per tahun  |
| $\theta$ | Tingkat kematian alami penggerek batang              | Per tahun           |
| $\gamma$ | Tingkat interaksi lada terhadap penggerek batang     | Per pohon per tahun |
| $\delta$ | Tingkat interaksi lada terhadap penghisap buah       | Per pohon per tahun |
| $\omega$ | Tingkat kematian alami penghisap buah                | Per tahun           |
| $h$      | Waktu penanganan lada oleh penggerek batang          | Per pohon           |
| $c$      | Waktu penanganan lada oleh penghisap buah            | Per pohon           |
| $m$      | Tingkat kematian penggerek batang oleh pestisida     | Per tahun           |
| $n$      | Tingkat kematian penghisap buah oleh pestisida       | Per tahun           |



Gambar 1. Diagram model predator-prey dengan kontrol

Titik ekuilibrium sistem persamaan (6) akan diperoleh jika

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dP}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0 \tag{7}$$

Sehingga akan diperoleh titik ekuilibrium sebagai berikut.

$$\begin{aligned} TE_1 &= (L, P, R) = (0,0,0) \\ TE_2 &= (L, P, R) = (K, 0,0) \\ TE_3 &= (L, P, R) \\ &= \left( \frac{\theta + m}{-hm - h\theta + \gamma}, \frac{(-Khm - Kh\theta + K\gamma - m - \theta)\gamma r}{(\gamma - h\theta - hm)^2 K \alpha}, 0 \right) \\ TE_4 &= (L, P, R) \\ &= \left( \frac{\omega}{-cn - c\omega + \delta}, 0, \frac{(-Kcn - Kc\omega + K\delta - n - \omega)r\delta}{(\delta - c\omega - cn)^2 K \beta} \right) \end{aligned}$$

Dengan syarat eksistensi sebagai berikut.

$$\gamma > h(\theta + m), \gamma > \frac{(m+\theta)(Kh+1)}{K}, \delta > c(\omega + n), \text{ dan } \delta > \frac{(n+\omega)(Kc+1)}{K} \tag{8}$$

Selanjutnya, akan ditentukan matriks Jacobian dari linierisasi sistem persamaan (6). Matriks Jacobian hasil linierisasi dari model predator-prey antara tanaman lada dengan hama penggerek batang dan penghisap buah adalah sebagai berikut.

$$J = \begin{bmatrix} W & -\frac{\alpha L}{hL+1} & -\frac{\beta L}{cL+1} \\ \frac{\gamma P}{hL+1} - \frac{\gamma PLh}{(hL+1)^2} & -\theta - m + \frac{\gamma L}{hL+1} & 0 \\ \frac{\delta R}{cL+1} - \frac{\delta RLc}{(cL+1)^2} & 0 & -\omega - n + \frac{\delta L}{cL+1} \end{bmatrix} \tag{9}$$

Dengan

$$W = r \left( 1 - \frac{L}{K} \right) - \frac{rL}{K} - \frac{\alpha P}{hL+1} + \frac{\alpha PLh}{(hL+1)^2} - \frac{\beta R}{cL+1} + \frac{\beta RLc}{(cL+1)^2}$$

**3.1. Analisis Perilaku Model pada Titik Ekuilibrium  $TE_1 = (L, P, R) = (0, 0, 0)$**

Titik ekuilibrium  $TE_1$  memiliki nilai  $(L, P, R) = (0, 0, 0)$ . Pada titik ekuilibrium  $TE_1$  tanaman lada, hama penggerek batang, dan penghisap buah mengalami kepunahan.  $TE_1$  disubstitusikan ke dalam matriks Jacobian (9), maka akan diperoleh matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium  $TE_1$  sebagai berikut.

$$J_{TE_1} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & -\theta - m & 0 \\ 0 & 0 & -\omega - n \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik untuk  $J_{TE_1}$  adalah

$$|J_{TE_1} - \lambda I| = 0 \tag{10}$$

Berdasarkan persamaan karakteristik (10), diperoleh nilai eigen sebagai berikut.

$$\lambda_1 = r, \lambda_2 = -\theta - m, \text{ dan } \lambda_3 = -\omega - n.$$

Titik ekuilibrium  $TE_1$  tidak stabil dikarenakan terdapat nilai  $r > 0$  yang membuat salah satu titik ekuilibrium bernilai positif.

**3.2. Analisis Perilaku Model pada Titik Ekuilibrium  $TE_2 = (L, P, R) = (K, 0, 0)$**

Titik ekuilibrium  $TE_2$  memiliki nilai  $(L, P, R) = (K, 0, 0)$ . Pada titik ekuilibrium  $TE_2$  tanaman lada akan tumbuh menuju daya dukung lingkungan yang ada sedangkan hama penggerek batang dan penghisap buah akan mengalami kepunahan.  $TE_2$  disubstitusikan ke dalam matriks Jacobian (9), maka akan diperoleh matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium  $TE_2$  sebagai berikut.

$$J_{TE_2} = \begin{bmatrix} S & Z & -\frac{\beta(\theta + m)}{(-hm - h\theta + \gamma)\left(\frac{c(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)} \\ D & F & 0 \\ 0 & 0 & -\omega - n + \frac{\delta(\theta + n)}{(-hm - h\theta + \gamma)\left(\frac{c(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)} \end{bmatrix}$$

dengan:

$$G = r \left(1 - \frac{\theta + m}{(-hm - h\theta + \gamma)K}\right) - \frac{r(\theta + m)}{(-hm - h\theta + \gamma)K} - \frac{(-Khm - Kh\theta + K\gamma - m - \theta)\gamma r}{(-hm - h\theta + \gamma)^2 K \left(\frac{h(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)}$$

$$J_{TE_2} = \begin{bmatrix} -r & -\frac{\alpha K}{Kh + 1} & -\frac{\beta K}{Kc + 1} \\ 0 & -\theta - m + \frac{\gamma K}{Kh + 1} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega - n + \frac{\delta K}{Kc + 1} \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik untuk  $J_{TE_2}$  adalah

$$|J_{TE_2} - \lambda I| = 0 \tag{11}$$

$$(-r - \lambda)\left(-\theta - m + \frac{\gamma K}{Kh + 1} - \lambda\right)\left(-\omega - n + \frac{\delta K}{Kc + 1} - \lambda\right) = 0$$

Berdasarkan persamaan karakteristik (11), diperoleh nilai eigen, yaitu:  $\lambda_1 = -r, \lambda_2 = -\theta - m + \frac{\gamma K}{Kh + 1}, \lambda_3 = -\omega - n + \frac{\delta K}{Kc + 1}$ . Nilai  $\lambda_2 < 0$  jika nilai  $\gamma < \frac{(m + \theta)(Kh + 1)}{K}$  dan nilai  $\lambda_3 < 0$  jika nilai  $\omega < \frac{(n + \delta)(Kc + 1)}{K}$ . Berdasarkan **Teorema 2.2**, disimpulkan  $TE_2$  akan stabil asimtotik jika  $\theta > \gamma < \frac{(m + \theta)(Kh + 1)}{K}$  dan  $\omega < \frac{(n + \delta)(Kc + 1)}{K}$ .

**3.3. Analisis Perilaku Model pada Titik Ekuilibrium  $TE_3 = (L, P, R) = \left(\frac{\theta + m}{-hm - h\theta + \gamma}, \frac{(-Khm - Kh\theta + K\gamma - m - \theta)\gamma r}{(\gamma - h\theta - hm)^2 K\alpha}, 0\right)$**

Titik ekuilibrium  $TE_1$  memiliki nilai  $(L, P, R) = (0, 0, 0)$ . Pada titik ekuilibrium  $TE_1$  tanaman lada, hama penggerek batang, dan penghisap buah mengalami kepunahan.  $TE_1$  disubstitusikan ke dalam matriks Jacobian (9), maka akan diperoleh matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium  $TE_1$  sebagai berikut.

Pada titik ekuilibrium  $TE_3$  populasi yang mengalami kepunahan hanya penghisap buah saja.  $TE_3$  disubstitusikan ke dalam matriks Jacobian (9), maka akan diperoleh matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium  $TE_3$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(-Khm - Kh\theta + K\gamma - m - \theta)\gamma r(\theta + m)h}{(-hm - h\theta + \gamma)^3 K \left(\frac{h(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)^2} \\
 H &= \frac{\gamma^2(-Khm - Kh\theta + K\gamma - m - \theta)r}{(-hm - h\theta + \gamma)^2 K \alpha \left(\frac{h(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)} - \frac{\gamma^2(-Khm - Kh\theta + K\gamma - m - \theta)r(\theta + m)h}{(-hm - h\theta + \gamma)^3 K \alpha \left(\frac{h(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)^2} \\
 Z &= -\frac{\alpha(\theta + m)}{(-hm - h\theta + \gamma)\left(\frac{h(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)} \\
 F &= -\theta - m + \frac{\gamma(\theta + m)}{(-hm - h\theta + \gamma)\left(\frac{h(\theta + m)}{-hm - h\theta + \gamma} + 1\right)}
 \end{aligned}$$

Syarat kestabilan pada titik ekuilibrium  $TE_3$  yaitu

$$(\omega + n) > \frac{(\theta + m)(\delta + \gamma h + hn)}{\gamma + c\theta + cm}, \gamma < \frac{hm(Kh + 1) + h\theta(Kh + 1)}{Kh - 1}, \text{ dan } \gamma > \frac{m(Kh + 1) + \theta(Kh + 1)}{K}.$$

Dengan demikian disimpulkan  $TE_3$  stabil asimtoti.

### 3.4. Analisis Perilaku Model pada Titik Ekuilibrium $TE_3 =$

$$(L, P, R) = \left( \frac{\omega}{-cn - c\omega + \delta}, 0, \frac{(-Kcn - Kc\omega + K\delta - n - \omega)r\delta}{(\delta - c\omega - cn)^2 K\beta} \right)$$

Pada titik ekuilibrium  $TE_4$  populasi yang mengalami kepunahan hanya penggerek batang. Tanaman lada dan penghisap buah akan tetap ada.  $TE_4$  disubstitusikan ke dalam matriks Jacobian (9), maka akan diperoleh matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium  $TE_4$  sebagai berikut.

$$J_{TE_4} = \begin{bmatrix} E & V & -\frac{\beta\omega}{(-c\omega + \delta)\left(\frac{c\omega}{(-c\omega + \delta)} + 1\right)} \\ 0 & Y & 0 \\ T & 0 & -\omega + \frac{\delta\omega}{(-c\omega + \delta)K\left(\frac{c\omega}{(-c\omega + \delta)} + 1\right)} \end{bmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 E &= r \left( 1 - \frac{\omega + n}{(-cn - c\omega + \delta)K} \right) - \frac{r(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)K} - \frac{(-Kcn - Kc\omega + K\delta - n - \omega)r\delta}{(-cn - c\omega + \delta)^2 K \left(\frac{c(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)} + 1\right)} \\
 & + \frac{(-Kcn - Kc\omega + K\delta - n - \omega)r\delta(\omega + n)c}{(-cn - c\omega + \delta)^3 K \left(\frac{c(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)} + 1\right)^2} \\
 T &= \frac{\delta^2(-Kcn - Kc\omega + K\delta - n - \omega)r}{(-cn - c\omega + \delta)^2 K\beta \left(\frac{c(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)} + 1\right)} - \frac{\delta^2(-Kcn - Kc\omega + K\delta - n - \omega)r(\omega + n)c}{(-cn - c\omega + \delta)^3 K\beta \left(\frac{c(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)} + 1\right)^2} \\
 V &= -\frac{\alpha(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)\left(\frac{h(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)} + 1\right)} \\
 Y &= -\theta - m + \frac{\gamma(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)\left(\frac{h(\omega + n)}{(-cn - c\omega + \delta)} + 1\right)}
 \end{aligned}$$

Syarat kestabilan pada titik ekuilibrium  $TE_4$ , yaitu:  $(\omega + n) < \frac{(\theta+m)(\delta+\gamma h+hn)}{\gamma+c\theta+cm}, \delta < \frac{cn(Kc+1)+c\omega(Kc+1)}{Kc-1}$ , dan  $\delta > \frac{n(Kc+1)+\omega(Kc+1)}{K}$ , sehingga  $TE_4$  akan stabil asimtotik.

### 3.5. Simulasi Numerik

Simulasi numerik pada model *predator-prey* penelitian ini akan dilakukan menggunakan bantuan *software* Matlab. Pada simulasi akan digunakan nilai-nilai parameter diperoleh berdasarkan perhitungan dan referensi.

Adapun nilai parameter yang akan digunakan adalah sebagai berikut.

#### a. Daya Dukung Lingkungan Lada ( $K$ )

Provinsi Lampung pada tahun 2020 memiliki luas lahan perkebunan lada sebesar 45.812 ha [11]. Setiap satu hektar luas lahan dapat menampung 1.600 tanaman lada [12]. Oleh karena itu, akan diperoleh nilai daya dukung lingkungan untuk lada sebesar

$$K = 45.812 \text{ ha} \times 1600 \frac{\text{pohon}}{\text{ha}} = 73.299.200 \text{ pohon}$$

#### b. Tingkat Pertumbuhan Intrinsik Lada ( $r$ )

Luas lahan perkebunan lada di Provinsi Lampung pada tahun 2018 seluas 45.883 ha, pada tahun 2019 seluas 45.848 ha dan pada tahun 2020 seluas 45.813 ha. Sehingga diperoleh nilai tingkat pertumbuhan intrinsik lada sebagai berikut.

$$r = \frac{P_0(P_2 - P_1)}{P_2(P_1 - P_0)} = \frac{45.883(45813 - 45848)}{45813(45848 - 45883)} = 1,00152$$

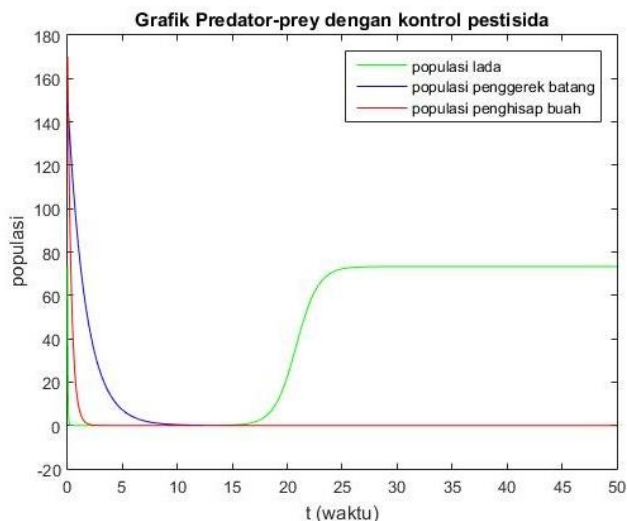
### Simulasi Numerik Model *Predator-Prey* Tanpa Kontrol Pestisida

Nilai awal populasi lada  $L(0) = 73.299.200$ , penggerek batang  $P(0) = 150.180.000$ ,  $K = 73.299.200$ , dan penghisap buah  $R(0) = 170.100$ . Agar nilai tidak terlalu besar, akan diambil nilai awal dengan dibagi dengan 1.000.000. Adapun nilai parameter yang digunakan untuk simulasi ditampilkan pada Tabel 2.

Berdasarkan Gambar 2, simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan nilai  $\gamma = 0,001045$  dan  $\delta = 0,008032$ . Grafik menunjukkan bahwa sistem akan stabil dengan populasi lada menuju 73,2992. Sedangkan untuk populasi hama akan menuju kepunahan. Pada awal simulasi nilai parameter  $L, P, R$  dibagi dengan 1.000.000 sehingga populasi lada akan stabil pada jumlah 73.299.200 pohon. Hasil simulasi pada grafik tersebut akan stabil menuju titik ekuilibrium  $TE_2 = (L, P, R) = (K, 0, 0)$  karena memenuhi syarat kestabilan dan memiliki nilai  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$  dengan nilai eigen masing-masing  $\lambda_1 = -0,00014$ ,  $\lambda_2 = -0,00018$ , dan  $\lambda_3 = -1,00152$ . Sementara itu, jika menggunakan nilai  $\gamma > 0,001046$  dan  $\delta > 0,008033$ . Hasil simulasi yang diperoleh akan tidak stabil dikarenakan tidak memenuhi syarat kestabilan titik ekuilibrium  $TE_2 = (L, P, R) = (K, 0, 0)$ . Semakin kecil nilai  $\gamma$  dan  $\delta$  maka populasi lada akan lebih cepat bertumbuh dan populasi hama akan semakin cepat berkurang.

Tabel 2. Nilai parameter simulasi model *predator-prey*

| Simbol   | Keterangan                                       | Data     |
|----------|--|----------|
| $L$      | Jumlah populasi tanaman lada                     | 73,2992  |
| $P$      | Jumlah populasi penggerek batang                 | 150,18   |
| $R$      | Jumlah populasi penghisap buah                   | 170,1    |
| $K$      | Daya dukung lingkungan terhadap lada             | 73.2992  |
| $r$      | Tingkat pertumbuhan intrinsik lada               | 1,00152  |
| $\alpha$ | Tingkat interaksi lada terhadap penggerek batang | 0,041    |
| $\beta$  | Tingkat interaksi lada terhadap penghisap buah   | 0,186    |
| $\theta$ | Tingkat kematian alami penggerek batang          | 0,61     |
| $\gamma$ | Tingkat interaksi penggerek batang terhadap lada | 0,001045 |
| $\delta$ | Tingkat interaksi penghisap buah terhadap lada   | 0,008032 |
| $\omega$ | Tingkat kematian alami penghisap buah            | 2,96     |
| $h$      | Waktu penanganan lada oleh penggerek batang      | 0,0017   |
| $c$      | Waktu penanganan lada oleh penghisap buah        | 0,0027   |
| $m$      | Tingkat kematian penggerek batang oleh pestisida | 0        |
| $n$      | Tingkat kematian penghisap buah oleh pestisida   | 0        |



Gambar 2. Hasil simulasi model predator-prey tanpa kontrol

**Simulasi Numerik Model Predator-Prey dengan Kontrol Pestisida**

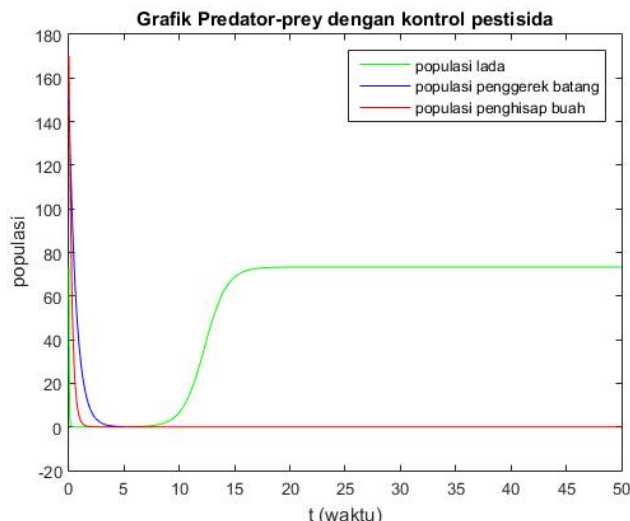
Dari simulasi yang dilakukan menggunakan bantuan software Matlab dan menggunakan data pada Tabel 2 dengan memilih nilai parameter  $m = 0,9$  dan  $n = 0,89$ , yang artinya kematian yang diakibatkan penggunaan pestisida sebagai kontrol dihitung.

Berdasarkan Gambar 3, simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan nilai  $\gamma = 0,001045$  dan  $\delta = 0,008032$ . Grafik menunjukkan bahwa populasi lada akan menuju nilai daya dukung lingkungan sebesar 73,2992 (karena diawal setiap nilai variabel  $L, P, R$  dibagi dengan 1.000.000), sedangkan populasi hama penggerek batang dan penghisap buah menuju 0. Hasil tersebut menunjukkan bahwa model predator-prey dengan kontrol pestisida akan stabil menuju titik ekuilibrium  $TE_2 = (L, P, R) = (K, 0, 0)$  karena memenuhi syarat

kestabilan dan memiliki nilai  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$  dengan masing-masing nilai eigen  $\lambda_1 = -1,00152, \lambda_2 = -0,9001$  dan  $\lambda_3 = -1,00151$ . Pada model predator-prey dengan kontrol, hasil simulasi tidak akan stabil apabila menggunakan nilai  $\gamma > 0,002588$  dan  $\delta > 0,01044$  karena akan menghasilkan nilai eigen  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$ . Semakin kecil nilai  $\gamma$  dan  $\delta$  maka populasi lada akan lebih cepat bertumbuh dan populasi hama akan semakin cepat berkurang.

**Perbandingan Populasi Lada Tanpa Kontrol dan dengan Kontrol Pestisida**

Akan dilihat apakah penggunaan pestisida mempengaruhi tingkat predasi terhadap tanaman lada oleh penggerek batang dan penggerek buah. Hasil simulasi perbandingan populasi lada tanpa kontrol dan dengan kontrol pestisida dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 3. Hasil simulasi model predator-prey dengan kontrol pestisida





**Gambar 4.** Perbandingan populasi lada tanpa kontrol dan dengan kontrol pestisida

Berdasarkan Gambar 4, hasil simulasi numerik perbandingan populasi lada tanpa kontrol dan dengan kontrol menunjukkan bahwa populasi lada tanpa kontrol pestisida akan membutuhkan waktu yang lebih lama untuk menuju daya dukung lingkungan. Hal ini menunjukkan bahwa perilaku kontrol menggunakan pestisida berdampak baik untuk pertumbuhan populasi lada.

#### 4. Kesimpulan

Model predator-prey tanpa kontrol akan stabil saat menggunakan  $\gamma < 0,001046$  dan  $\delta < 0,008033$  dan stabil menuju titik ekuilibrium  $TE_2 = (L, P, R) = (73.299.200, 0, 0)$ . Model dengan kontrol pestisida akan stabil saat menggunakan nilai  $\gamma < 0,002588$  dan  $\delta < 0,01044$ . Pada model menggunakan kontrol pestisida, model akan stabil menuju titik ekuilibrium  $TE_2 = (L, P, R) = (73.299.200, 0, 0)$ . Pada model tanpa kontrol dan dengan kontrol pestisida memiliki hasil yang berbeda. Model dengan menggunakan kontrol pestisida memiliki hasil yang lebih baik dikarenakan waktu yang dibutuhkan oleh lada untuk tumbuh lebih cepat jika dibandingkan dengan model tanpa kontrol.

#### Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada Institut Teknologi Sumatera atas dukungan dalam penyelesaian penelitian ini.

#### Daftar Pustaka

1. Idris, D. K. E., & Haryanto, N. 2007. Potensi dan Masalah Pemasaran Lada. In *Prosiding Seminar Nasional Rempah. Bogor*, 21, 13-20.
2. Edriani, T. S., Rahmadani, A., & Noor, D. M. M. 2021. Analisis Hubungan Kepadatan Penduduk dengan Pola Penyebaran COVID-19 Provinsi DKI Jakarta menggunakan Regresi Robust. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 1(2), 51-60.
3. Agustin, R., Novita, D., Pratama, H., Sela, S., Cyntia, S., & Noor, D. M. M. 2020. Analisis Korelasi Luas Lahan Serta Ekspor Kopi Lampung Terhadap Ekspor Kopi Indonesia. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 1(1), 25-30.
4. Ghozi, A. A., Aprianti, A., Dimas, A. D. P., & Fauzi, R. 2022. Analisis Prediksi Data Kasus Covid-19 di Provinsi Lampung Menggunakan Recurrent Neural Network (RNN). *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 2(1), 25-32.
5. Louisa, L., Fauzi, R., & Nugraha, E. S. 2022. Forecasting of Retirement Insurance Filled via Internet by ARIMA Models. *Journal of Actuarial, Finance, and Risk Management*, 1(1), 1-8.
6. Edriani, T. S., Pasaribu, U. S., Afrianti, Y. S., & Astute, N. N. W. November 2021. The Geometric Brownian Motion of Indosat Telecommunications Daily Stock Price During the Covid-19 Pandemic in Indonesia. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 2084, No. 1, p. 012012). IOP Publishing.

7. Puspita, J. W., Fakhruddin, M., Nuraini, N., Fauzi, R., Indratno, S. W., & Soewono, E. 2023. Modeling and descriptive analysis of dengue cases in Palu City, Indonesia. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 625, 129019.
8. Rizka, N. 2022. Model rantai makanan antara tanaman jagung, hama tikus, dan burung hantu dengan pemasangan perangkap tikus. *MAP (Mathematics and Applications) Journal*, 4(2), 173-180.
9. Hunsicker, M. E. & Jhonson, D. W. 2011. Functional Responses and Scaling in Predator-Prey Interactions of Marine Fishes: Contemporary Issues and Emerging Concepts. *Ecology Letters*, 14, 1288-1299.
10. Lynch, S. 2007. *Dynamical System with Application Using Mathematics*. Birkhuser Boston. Cambridge.
11. Kementerian Pertanian Republik Indonesia. 2021. *Luas Lahan Perkebunan Lada Menurut Provinsi di Indonesia*.
12. Kementerian Pertanian Republik Indonesia. 2021. *Produksi Lada Menurut Provinsi di Indonesia*.