

KAJIAN TEORI: KORELASI METODE ‘ $t\sigma$ ’ DAN ‘CHAUVENET’ PADA PROSES PENOLAKAN DATA PENGAMATAN UNTUK MEMPEROLEH DATA OPTIMUM

Sunarta*

Departemen Fisika, FMIPA, Universitas Gadjah Mada, Sekip Utara, Bulaksumur, DIY, 55281, Indonesia

*email: sunarta@ugm.ac.id

ABSTRAK

Telah dilakukan pengamatan korelasi penerapan metode $t\sigma$ dan Chauvenet pada jumlah data pengamatan yang divariasikan sesuai ruang lingkup obyek pengamatan yang digunakan. Masing-masing metode diuji dengan jumlah data tertentu, untuk menghasilkan ralat yang cukup kecil, dicari korelasi dari kedua metode tersebut, dipilih jumlah data yang optimum untuk kedua metode yang diuji. Hasil Analisa dari jumlah data pengujian pada penelitian ini ($n=50$), untuk menguji kedua metode yang diterapkan dalam analisa data pengamatan, diperoleh ($n=10$) sudah cukup untuk menseleksi optimasi kedua metode tersebut. Bila jumlah data ($n<10$), metode $t\sigma$ masih menghasilkan ralat yang cukup besar ($>10\%$), sedangkan metode Chauvenet sudah cukup terpenuhi untuk mencapai ralat pengamatan kurang dari 10% .

Kata Kunci: Metode analisis; Data; $t\sigma$; Chauvenet; Kajian teori

ABSTRACT

[Title: Theoretical Study: Correlation of The ' $t\sigma$ ' and 'Chauvenet' Methods in The Process of Observing Observational Data to Obtain Optimum Data] Correlation observations have been made using the $t\sigma$ and Chauvenet methods on the amount of observation data, which varies according to the scope of the observation object used. Each method was tested with a certain amount of data to produce a relatively small error, the correlation between the two methods was sought, and the optimum amount of data was selected for the two methods tested. The results of the analysis of the number of test data in this study ($n=50$) to test the two methods applied in the analysis of observational data were obtained ($n=10$) sufficient to select the optimization of the two methods. If the amount of data is ($n<10$), the $t\sigma$ method still produces quite a significant error ($>10\%$), while the Chauvenet method is sufficient to achieve an observation error of less than 10% .

Keywords: Analytical methods; Data; $t\sigma$; Chauvenet; Theoretical studies.

PENDAHULUAN

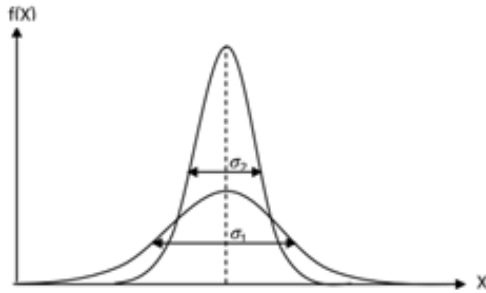
Suatu pengukuran tidak lepas dengan urusan tentang pengumpulan data pengamatan, sedangkan bila dalam melakukan pengukuran dilakukan pengulangan-pengulangan akan berakibat terjadi fluktuasi data. Keadaan ini bila dalam jumlah data yang sangat banyak (tak berhingga) akan terjadi distribusi data yang akan terbentuk suatu kurva distribusi, di dalam ilmu statistic dikenal berbagai jenis fungsi dari kurva distribusi, diantaranya : kurva frekuensi (histogram); distribusi Gauss; distribusi ternormalisasi; distribusi Binomial; distribusi Poisson [1,3,4].

Sebaran data pengamatan secara teori didekati dengan model fungsi distribusi Gaussian normal:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\} \text{ dan } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

Beberapa catatan tentang kurva distribusi Gauss [2]:

1. Lebar kurva (σ) merupakan parameter eksperimen yang berkaitan dengan ketepatan alat ukur, dalam bahasa analisa data berhubungan dengan besar-kecilnya ralat (Δx).
2. Semakin sempit kurva (semakin runcing) menunjukkan bahwa ralat pengukuran rambang semakin kecil, hal ini dapat ditempuh bila jumlah data pengulangan semakin besar, seperti pada Gambar 1.

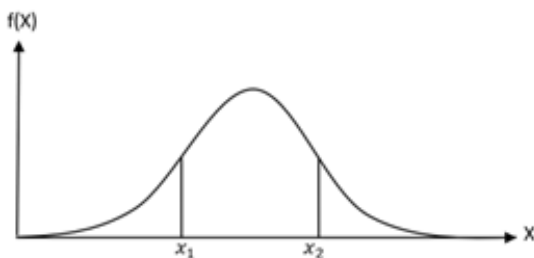


Gambar 1. Kurva distribusi Gauss.

3. Bentuk kurva yang mempunyai simetri, memberikan informasi bahwa suatu pengukuran berulang data yang paling banyak muncul (frekuensi besar) akan mendominasi nilai terbaik atau “benar” (\bar{x}) dan berada di sumbu simetri kurva; dan fluktuasi disekitar nilai terbaik dengan ralat (Δx). Sehingga penyajian hasil pengukuran ditulis sebagai ; $x = (\bar{x}) \pm (\Delta x)$
4. Kurva distribusi Gauss menjadi sangat penting dalam olah data, karena banyak gejala dan fenomena pengamatan besaran-besaran fisis yang sesuai dengan kaidah ini, artinya model distribusi data sesuai dengan pendekatan teori Gauss.

Analisa data pengukuran secara fisis mengikuti aturan Gauss dengan fungsi yang sudah dinormalisasi ke nilai = 1, bentuk fungsi $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\}$, dengan persamaan gauss berbentuk: $f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\} dx$.

Kurva probabilitas pengukuran untuk menghasilkan nilai pengukuran (x) berada antara batas (x_1) s/d (x_2) ditunjukkan pada Gambar 2, ditulis sebagai : $P(x_1; x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\} dx$



Gambar 2. Kurva probabilitas pengukuran antara x_1 dan x_2 .

Untuk batas tak berhingga berlaku:

$$P(-\infty; +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\} dx = 1 \text{ (100\%)}$$

Hasil hitung integral dengan batas tertentu secara numerik, ditampilkan dalam Tabel 1 [2].

Tabel 1. Hasil hitung probabilitas pengukuran.

Batas bawah	Batas atas	P ($x_1; x_2$)
$x_0 - 0,1\sigma$	$x_0 + 0,1\sigma$	0,0797 = 8%
$x_0 - 0,2\sigma$	$x_0 + 0,2\sigma$	0,1585 = 16%
$x_0 - 0,3\sigma$	$x_0 + 0,3\sigma$	0,2358 = 24%
$x_0 - 0,4\sigma$	$x_0 + 0,4\sigma$	0,3108 = 31%
$x_0 - 0,5\sigma$	$x_0 + 0,5\sigma$	0,3829 = 38%
$x_0 - 0,6\sigma$	$x_0 + 0,6\sigma$	0,4515 = 45%
$x_0 - 0,7\sigma$	$x_0 + 0,7\sigma$	0,5161 = 52%
$x_0 - 0,8\sigma$	$x_0 + 0,8\sigma$	0,5763 = 58%
$x_0 - 0,9\sigma$	$x_0 + 0,9\sigma$	0,6319 = 63%
$x_0 - 1,0\sigma$	$x_0 + 1,0\sigma$	0,6827 = 68%
$x_0 - 1,5\sigma$	$x_0 + 1,5\sigma$	0,8664 = 87%
$x_0 - 2,0\sigma$	$x_0 + 2,0\sigma$	0,9545 = 95%

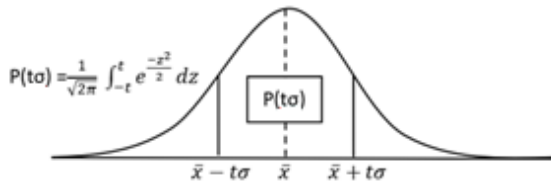
Nilai x berada pada kisaran (1σ), $\int_{-\sigma}^{+\sigma} f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\sigma}^{+\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\} dx = 68\%$ berarti bahwa ada peluang sebesar 68% untuk sekali pengukuran menghasilkan nilai yang berada dalam selang antara ($x_0 - \sigma$) s/d ($x_0 + \sigma$); dengan kata lain: seandainya besaran (x) diukur berulang 100x, maka ada 68 data pengukuran yang diperkirakan berada pada selang ($x_0 \pm 1\sigma$)[ref:3]

Integral fungsi distribusi normal diatas kita sebut sebagai integral fungsi “error” normal dan probabilitas suatu pengukuran berada antara $x=a$ dan $x=b$, ditulis sebagai [4]: $P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$; Bila : $a = (\bar{x} - t\sigma)$ dan, $b = (\bar{x} + t\sigma)$

Maka dapat dikatakan bahwa probabilitas pengukuran berada didalam ($t\sigma$); $t =$ nilai riil, dituliskan sebagai : $P(t\sigma) = P[(\bar{x} - t\sigma) \leq x \leq (\bar{x} + t\sigma)]$ atau, $P(t\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x}-t\sigma}^{\bar{x}+t\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \bar{x})^2\right\} dx$

$$P(t\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz ; \text{ ini merupakan fungsi "error" ditulis : erf}(t) \text{ dengan } t = \frac{(x-\bar{x})}{\sigma}$$

Fungsi erf(t) secara numerik dapat dihitung dengan berbagai nilai t yang ditentukan.



Gambar 3. Nilai $P(t\sigma)$ pada kurva Gauss.

Nilai $P(t\sigma)$ digunakan sebagai dasar penolakan data pengamatan, dengan batas t (ditunjukkan seperti kurva Gambar 3) yang ditentukan dalam kriteria yang digunakan pada Analisa data. Misal pada kriteria $(t\sigma)$ dan kriteria “Chauvenet” mempunyai prosedur sebagai berikut:

Kriteria $(t\sigma)$: Dalam criteria ini kita bebas menentukan nilai (t) misalkan kita pilih $(t=1)$ berarti data yang diterima dalam criteria kita adalah nilai data (x_i) yang berada pada kisaran: $(\bar{x} - \sigma) \leq x_i \leq (\bar{x} + \sigma)$ atau probabilitas nilai x_i yang ditulis $P(x_i) \leq P(\sigma)$.

Dalam bahasa Penolakan data ,berarti criteria (t) adalah criteria yang akan menolak data pengukuran (x_i) yang mempunyai probabilitas pengukurannya $P(x_i) > P(\sigma)$ [2].

Kriteria “ Chauvenet “: Pada criteria ini jumlah data merupakan bagian variabel yang akan ikut berperan dalam diterima/ditolaknya data pengamatan. Hal ini karena dasar penolakannya akan dibandingkan dengan prosentase jumlah data. Adapun aturan penolakan sebagai berikut:

Bila ada sederetan data pengukuran : yang jumlahnya (k) ; kemudian akan dicermati beberapa data untuk dicek, misalkan data (x_c) akan di-cek; maka data tersebut akan diterima bila memenuhi $P(x_c) \geq [100\% - (2k)^{-1}]$ [2].

METODE PENELITIAN

A. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian pada Gambar 4 dijelaskan sebagai berikut:

1. Data pengamatan berupa data simulasi suatu pengukuran yang dilakukan pengulangan 50 kali dengan hasil seperti ditampilkan pada Tabel 2.
2. Dari data tersebut dianalisa dengan metode penolakan $t\sigma$ untuk memperoleh jumlah data optimum.
3. Data dianalisa dengan metode penolakan Chauvenet untuk memperoleh jumlah data yang optimum
4. Hasil optimasi dari kedua metode diatas, dicermati dan dibandingkan satu sama lain untuk memperoleh korelasi diantara kedua metode tersebut.
5. Dari hasil korelasi yang ada, ditentukan nilai N (jumlah data) yang optimum serta nilai akhir pengukuran yang relatif teliti.



Gambar 4. Prosedur Penelitian.

B. Data Pengamatan

Tabel 2. Data pengamatan ke-N.

data	nilai	data	nilai
1	2,861	26	2,861
2	2,718	27	2,718
3	3,004	28	3,004
4	2,860	29	2,860
5	2,620	30	2,620
6	2,900	31	3,004
7	3,000	32	2,860
8	2,772	33	2,620
9	2,750	34	2,900
10	3,150	35	3,000
11	2,895	36	2,915
12	2,975	37	2,765
13	2,865	38	2,700
14	2,915	39	2,750
15	2,765	40	2,850
16	2,700	41	2,850
17	2,750	42	2,915
18	2,850	43	2,865
19	2,915	44	2,861
20	2,865	45	2,718
21	2,700	46	2,620
22	2,750	47	2,900
23	2,850	48	3,000
24	2,915	49	2,772
25	2,865	50	2,750

- dengan nominal masing-masing (3,004; 2,620; 3,000; 3,150; dan 2,975).
- 3. Untuk N=30 (data ke-1 s/d ke-30), diperoleh hasil akhir: $X=(2,8\pm 0,1)$, berarti kisaran nilai data yang diterima (2,7 s/d 2,9) dan dari ke-tiga puluh data yang dianalisa terdapat 7 data yang ditolak yaitu (data ke-3, 5, 7, 10, 12, 28, dan 30), dengan nominal masing-masing (3,004; 2,620; 3,000; 3,150; 2,975; 3,004; dan 2,620).
- 4. Untuk N=40 (data ke-1 s/d ke-40), diperoleh hasil akhir: $X=(2,8\pm 0,1)$, berarti kisaran nilai data yang diterima (2,7 s/d 2,9) dan dari keempat puluh data yang dianalisa terdapat 10 data yang ditolak yaitu (data ke-3, 5, 7, 10, 12, 28, 30, 31, 33, dan 35), dengan nominal masing-masing (3,004; 2,620; 3,000; 3,150; 2,975; 3,004; 2,620; 3,004; 2,620; dan 3,000).
- 5. Untuk N=50 (data ke-1 s/d ke-50), diperoleh hasil akhir: $X=(2,8\pm 0,1)$, berarti kisaran nilai data yang diterima (2,7 s/d 2,9) dan dari ke-lima puluh data yang dianalisa terdapat 12 data yang ditolak yaitu (data ke-3, 5, 7, 10, 12, 28, 30, 31, 33, 35, 46, dan 48), dengan nominal masing-masing (3,004; 2,620; 3,000; 3,150; 2,975; 3,004; 2,620; 3,004; 2,620; 3,000; 2,620; dan 3,000).

Hasil akhir yang diperoleh dari proses diatas ddisajikan pada Tabel 3.

PEMBAHASAN

Data pada Tabel 2 dapat dijelaskan analisa t-σ dan Chauvenet. Untuk analisa t-σ adalah sebagai berikut:

- 1. Untuk N=10 (data ke-1 s/d ke-10), diperoleh hasil akhir: $X=(2,9\pm 0,1)$, berarti kisaran nilai data yang diterima (2,8 s/d 3,0) dan dari ke-sepuluh data yang dianalisa terdapat 3 data yang ditolak yaitu (data ke-2, 5, dan 10) dengan nominal masing-masing (2,718; 2,620; dan 3,150).
- 2. Untuk N=20 (data ke-1 s/d ke-20), diperoleh hasil akhir: $X=(2,8\pm 0,1)$, berarti kisaran nilai data yang diterima (2,7 s/d 2,9) dan dari ke-dua puluh data yang dianalisa terdapat 5 data yang ditolak yaitu (data ke-3, 5, 7, 10, dan 12),
- 1. Untuk k=10 (data ke-1 s/d ke-10) hasil akhir perhitungan standar deviasi adalah: $X=(2,9\pm 0,1)$ dan nilai $(1/2k)=5\%$, data terkecil yaitu data ke-5 dengan nilai $X=2,620$ mempunyai probabilitas

Tabel 3. Hasil Analisa metode tσ.

N	Data ditolak	Data diterima	Hasil akhir
10	3	7	$(2,9\pm 0,1)$ $(2,9\pm 3,5\%)$
20	5	15	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$
30	7	23	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$
40	10	30	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$
50	12	38	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$

Untuk analisa Chauvenet adalah sebagai berikut:

- $P(t\sigma)=P(2,80\sigma)=99,49\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=0,51\% < 5\%$ maka
- 2. Untuk k=10 (data ke-1 s/d ke-10) hasil akhir perhitungan standar deviasi adalah: $X=(2,9\pm 0,1)$ dan nilai $(1/2k)=5\%$, data terkecil

yaitu data ke-5 dengan nilai $X=2,620$ mempunyai probabilitas $P(t\sigma)=P(2,80\sigma)=99,49\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=0,51\% < 5\%$ maka data ke-5 ditolak. Sedangkan data terbesar yaitu data ke-10 dengan nilai $X=3,150$ mempunyai probabilitas $P(t\sigma)=P(2,5\sigma)=98,76\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=1,24\% < 5\%$ maka data ke-10 juga ditolak.

Selanjutnya dianalisa ulang dengan $k=8$ (tanpa data ke-5 dan ke-10), $X=(2,8\pm 0,1)$ dan nilai $(1/2k)=6,25\%$, data terkecil yaitu data ke-2 dengan nilai $X=2,718$ mempunyai probabilitas $P(t\sigma)=P(0,82\sigma)=58,78\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=41,22\% > 6,25\%$ maka data ke-2 diterima. Sedangkan data terbesar yaitu data ke-3 dengan nilai $X=3,004$ mempunyai probabilitas $P(t\sigma)=P(2,04\sigma)=95,96\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=4,04\% < 6,25\%$ maka data ke-3 ditolak. Selanjutnya dianalisa ulang dengan $k=7$ (tanpa data ke-3, ke-5, dan ke-10), $X=(2,84\pm 0,09)$ dengan nilai $(1/2k)=7,1\%$, data terkecil yaitu data ke-2 dengan nilai $X=2,718$ mempunyai probabilitas $P(t\sigma)=P(1,36\sigma)=82,62\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=17,38\% > 6,25\%$ maka data ke-2 diterima. Sedangkan data terbesar yaitu data ke-7 dengan nilai $X=3,00$ mempunyai probabilitas $P(t\sigma)=P(1,78\sigma)=92,49\%$, sehingga $[1-P(t\sigma)]=7,51\% > 6,25\%$ maka data ke-7 juga diterima.

- Untuk $k=20$ (data ke-1 s/d ke-20); $k=30$ (data ke-1 s/d ke-30); $k=40$ (data ke-1 s/d ke-40); dan $k=50$ (data ke-1 s/d ke-50), dengan hasil akhir perhitungan standar deviasi masing-masing adalah: $X=(2,8\pm 0,1)$ dengan $(1/2k)=2,5\%$; $X=(2,8\pm 0,1)$ dengan $(1/2k)=1,7\%$; $X=(2,8\pm 0,1)$ dengan $(1/2k)=1,25\%$; $X=(2,8\pm 0,1)$ dengan $(1/2k)=1\%$.

Dianalisa seperti prosedur diatas dapat disimpulkan hasil analisa dengan kriteria Chauvenet direkap dan disajikan pada tabel-4 sebagai berikut:

Tabel 4. Hasil Analisa metode chauvenet

N	Data ditolak	Data diterima	Hasil akhir
10	3	7	$(2,84\pm 0,09)$ $(2,84\pm 3,0\%)$
20	1	19	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$
30	1	29	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$

40	1	39	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$
50	1	49	$(2,8\pm 0,1)$ $(2,8\pm 3,5\%)$

Mencermati dari hasil Analisa kedua metode yang ditunjukkan pada tabel-C dan tabel-D, diperoleh beberapa informasi sebagai berikut:

- Hasil Analisa pada tabel-3, menunjukkan bahwa untuk mencapai nilai akhir yaitu $(X=2,8\pm 0,1)$, jumlah data masih belum bisa mencapai optimum yaitu semakin banyak jumlah data juga akan semakin besar data yang ditolak. hal ini sesuai dengan teori bahwa batas 1σ akan memberikan data yang diterima sekitar 68%.
- Hasil Analisa pada tabel-4, menunjukkan bahwa untuk mencapai nilai akhir yaitu $(X=2,8\pm 0,1)$, jumlah data yang optimum dicapai pada $N=20, 30, 40,$ dan $50,$ dengan data yang ditolak masing-masing hanya 1 data.
- Dari kedua Analisa dapat diambil nilai N optimum, untuk metode $t-\sigma$ dicapai pada $N\geq 50$ sedangkan untuk metode Chauvenet pada $N\geq 40$.
- Metode Chauvenet menunjukkan lebih konsisten untuk Analisa dengan jumlah N yang telah mencapai optimum, sedangkan metode $t\sigma$ optimasinya dicapai pada N yang cukup besar.

KESIMPULAN

Dapat disimpulkan bahwa metode Chauvenet tidak perlu data yang terlalu besar, asalkan sudah mencapai nilai optimasinya, tetapi untuk metode $t\sigma$ diperlukan jumlah data yang cukup besar untuk mencapai nilai optimasinya.

REFERENSI

B.Darmawan Djonoputro, TEORI KETIDAKPASTIAN, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 1984
 John R. Taylor, University Science Books-Mill Valley, California, 1981
 Philip R. Bevington, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences, McGraw-Hill Book Company, New York, 1987
 Bacon, R.H. The best straight line among the point, Am. J. Physic, 21, 428-46
 Baird, D.C., Experimentation: An Introduction to measurement theory and experiment design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
 Barford, N.C., Experimental measurements: Precision, error, and truth, Addison Wesley, Reading, Mass.

- Beers, Yardley, Introduction to the theory of error, Addison Wesley, Reading, Mass.
- Hudson, G.E., Trend analysis of Physical data, Am.J.Phys., 21,362-7
- Topping, J., Errors of observations and their treatment, 3rd. Ed., Institute of Physics Monograph for Students, Chapman & Hall, London
- Mc Fayen, K.A., A Physics Laboratory handbook, University of London Press Ltd., London
- Braddick, H.J.J., The physics of experimental method, Chapman & Hall, London.
- Sunarta, MODUL KULIAH METODE PENGUKURAN FISIKA, Jurusan Fisika, 2012
- Sunarta, Peranan Grafik pada Analis Data Penelitian Fisika; Hibah Penelitian Dosen mipa 2012.
- Sunarta, Studi Kasus Batas Kelayakan Data Regresi Linear untuk Menentukan Besaran Grafik Pengamatan; Hibah Penelitian Dosen mipa 2018.
- Sunarta, Tinjauan Teori Analisa dampak Ralat Sistematis pada Data pengamatan dengan Metode Analisa Grafik.; Hibah Penelitian Dosen mipa 2021.